

Exercices sur les radicaux : réponses

1. Déterminer :

a) $\sqrt[3]{343} = 7$;

b) $\sqrt{121} = 11$ et $-\sqrt{121} = -11$;

c) $\sqrt{\frac{64}{729}} = \frac{8}{27}$ et $-\sqrt{\frac{64}{729}} = -\frac{8}{27}$;

d) $\sqrt[3]{\frac{-729}{64}} = -\frac{9}{4}$

e) $\sqrt[3]{-1331} = -11$

f) aucune racine carrée pour -49 .

2. Simplifier et préciser les éventuelles conditions d'existence.

a) $\sqrt{49} = 7$

d) $\sqrt{(x+2)^2} = |x+2|$ | g) $\sqrt{x^2-2x+1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$

b) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

e) $\sqrt{ab^2} = |b|\sqrt{a}$ (CE : $a \geq 0$)

h) $\sqrt{x-5}$ (CE : $x \geq 5$)

c) $\sqrt{x^2} = |x|$

f) $\sqrt{12x^2y} = 2|x|\sqrt{3y}$ (CE : $y \geq 0$)

i) $\frac{a}{\sqrt{a^2}} = \frac{a}{|a|}$ (CE : $a \neq 0$)

Remarque : $\frac{a}{|a|} = \frac{a}{a} = 1$ si $a > 0$, et $\frac{a}{|a|} = \frac{a}{-a} = -1$ si $a < 0$.

3. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée à un dix millième près de chacun des nombres suivants.

a) $\sqrt[5]{1000} \times \sqrt[3]{25} \approx 11,64072$

c) $-\sqrt[5]{32} + \sqrt[4]{32} \approx 0,37841$

b) $\frac{\sqrt[6]{320}}{\sqrt{32}} \approx 0,46233$

d) $\sqrt[4]{628} + 2 \cdot \sqrt[3]{314} \approx 18,59976$

4. Calculer sans l'aide de la calculatrice.

a) $81^{\frac{1}{2}} = \sqrt{81} = 9$

e) $\left(\frac{16}{25}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

b) $1000^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{1000} = 10$

f) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$

c) $9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{9^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

g) $100^{\frac{3}{2}} = \left(100^{\frac{1}{2}}\right)^3 = (\sqrt{100})^3 = 10^3 = 1000$

d) $125^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{125^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{125}} = \frac{1}{5}$

h) $16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{16^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\left(16^{\frac{1}{4}}\right)^3} = \frac{1}{(\sqrt[4]{16})^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

5. Résoudre les équations suivantes.

a) $x^3 - 64 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 64 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{64} \Leftrightarrow x = 4$

b) $x^2 - 225 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 225 \Leftrightarrow (x = 5) \vee (x = -5)$

c) $16 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow (x = 2) \vee (x = -2)$

d) $8x^3 = 1 \Leftrightarrow x^3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

e) $x^4 + 8x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x^3 + 8) = 0 \Leftrightarrow (x = 0) \vee (x^3 + 8 = 0)$

$$\Leftrightarrow (x = 0) \vee (x = \sqrt[3]{-8}) \Leftrightarrow (x = 0) \vee (x = -2)$$

f) $x^4 + x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3 \cdot (x + 1) = 0 \Leftrightarrow (x^3 = 0) \vee (x + 1 = 0) \Leftrightarrow (x = 0) \vee (x = -1)$

6. Réduire les expressions suivantes en une puissance à exposant fractionnaire.

a) $2 \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{1+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$

b) $\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{5^{\frac{1}{2}}}{5} = 5^{\frac{1}{2}-1} = 5^{-\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{6}}$

d) $\frac{\sqrt[3]{3}}{3} = \frac{3^{\frac{1}{3}}}{3} = 3^{\frac{1}{3}-1} = 3^{-\frac{2}{3}}$

e) $(\sqrt[3]{125})^2 = 5^2 = 25$

f) $\frac{14}{2 \cdot \sqrt{7}} = \frac{7}{\sqrt{7}} = \frac{7}{7^{\frac{1}{2}}} = 7^{1-\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}}$

g) $(\sqrt{6})^3 = \left(6^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 6^{\frac{3}{2}}$

h) $\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{(3^2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{3^{\frac{3}{2}}}{3^{\frac{2}{3}}} = 3^{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}} = 3^{\frac{5}{6}}$
