

## Composée de deux fonctions : solutions des exercices

1.  $f(x) = 2x - 5$  et  $g(x) = x^2$  ;

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(2x - 5) = (2x - 5)^2$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(x^2) = 2x^2 - 5$$

---

2.  $f(x) = 3x + 1$  et  $g(x) = 4x - 1$  ;

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(3x + 1) = 4(3x + 1) - 1 = 12x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(4x - 1) = 3(4x - 1) + 1 = 12x - 2$$

---

3.  $f(x) = x^2 + 2x$  et  $g(x) = \frac{1}{x}$  ;

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(x^2 + 2x) = \frac{1}{x^2 + 2x}$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}$$

---

4.  $f(x) = 5x$  et  $g(x) = \frac{2}{x+1}$  ;

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(5x) = \frac{2}{5x+1}$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{2}{x+1}\right) = 5\left(\frac{2}{x+1}\right) = \frac{10}{x+1}$$

---

5.  $f(x) = \sqrt{x+2}$  et  $g(x) = x^2 - 4$  ;

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(\sqrt{x+2}) = (\sqrt{x+2})^2 - 4 = x + 2 - 4 = x - 2$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(x^2 - 4) = \sqrt{x^2 - 4 + 2} = \sqrt{x^2 - 2}$$

---

$$6. \quad f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} \quad \text{et} \quad g(x) = x + 2 ;$$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g\left(\frac{1}{x^2 - 4}\right) = \frac{1}{x^2 - 4} + 2$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(x + 2) = \frac{1}{(x + 2)^2 - 4} = \frac{1}{x^2 + 4x}$$


---

$$7. \quad f(x) = 3x + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x - 2}{3} ;$$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(3x + 2) = \frac{(3x + 2) - 2}{3} = x$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{x - 2}{3}\right) = 3\left(\frac{x - 2}{3}\right) + 2 = x - 2 + 2 = x$$


---

$$8. \quad f(x) = (x - 5)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = 5 + \sqrt{x} ;$$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[(x - 5)^2] = 5 + \sqrt{(x - 5)^2}$$

Maintenant, il faut se rappeler que  $\sqrt{(x - 5)^2} = \begin{cases} -x + 5 & \text{si } x \leq 5 \\ x - 5 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$ .

Dès lors :

$$(g \circ f)(x) = 5 \mp (x - 5) = \begin{cases} 10 - x & \text{si } x \leq 5 \\ x & \text{si } x \geq 5 \end{cases} .$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(5 + \sqrt{x}) = (5 + \sqrt{x} - 5)^2 = x$$

### Remarque

Lorsque  $(g \circ f)(x) = x$  et que  $(f \circ g)(x) = x$ , les fonctions  $f$  et  $g$  sont dites *réciroques* l'une de l'autre. C'est le cas des fonctions de l'exercice 7.

C'est aussi le cas pour celles de l'exercice 8, pour autant que la fonction  $f$  soit restreinte à l'intervalle  $[5, +\infty[$ .