

## Question 2

Sachant que  $x, y$  et  $z$  sont des nombres compris

entre  $0$  et  $\frac{\pi}{2}$ , tels que :  $\tan x = \frac{1}{2}$ ,  $\tan y = \frac{1}{5}$ ,  $\tan z = \frac{1}{8}$ ,

démontrer que :  $x + y + z = \frac{\pi}{4}$ .

$$\tan(x+y+z) = \frac{\tan(x+y) + \tan z}{1 - \tan(x+y) \cdot \tan z} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \text{Calculons d'abord } \tan(x+y) &= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} \\ &= \frac{\frac{7}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

Retour à (\*):

$$\tan(x+y+z) = \frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}} = \frac{\frac{65}{72}}{\frac{65}{72}} = 1$$

$$\text{Donc } x + y + z = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{mais comme } x, y, z \in [0, \frac{\pi}{2}[ : x + y + z = \frac{\pi}{4}.$$