UMONS
Université de Mons

POLYTECH MONS

TRIGONOMETRIE ET CALCUL NUMERIQUE

Examen d'admission, juillet 2019 (durée 2h30')

La résolution des questions ne requiert que l'utilisation

- des formules trigonométriques donnant :
  sin (-a), cos(-a), tg(-a);
  sin (π ± a), cos (π ± a), tg(π ± a);
  sin (π/2 ± a), cos (π/2 ± a), tg (π/2 ± a);
  sin (a ± b), cos (a ± b), tg (a ± b);
  sin 2a, cos 2a, tg 2a;
  sin p ± sin q, cos p ± cos q;
  1 ± cos 2a;
  sin a, cos a, tg a en fonction de tg a/2;

- des relations entre les angles et les côtés d'un triangle rectangle et d'un triangle quelconque (relations aux sinus et formules $a^2=b^2+c^2$..., b^2=..., c^2=...).

Toute autre formule trigonométrique utilisée doit être démontrée.

L'usage de la calculatrice est inutile et interdit.

Vous êtes tenus de répondre à trois questions sur les quatre proposées, chacune valant un tiers des points. Seules les trois questions choisies seront corrigées.

Question 1 : Démontrer l'identité trigonométrique suivante :

$$\sin(8a) = 8\sin(a)\cos(a)\left(1-2\sin^2(a)\right)\left(1-8\sin^2(a)\cos^2(a)\right)$$

Question 2 : Sachant que x, y et z sont des nombres compris entre 0 et $\pi/2$, tels que :

$$\tan(x) = \frac{1}{2},\ \ \tan(y) = \frac{1}{5},\ \ \tan(z) = \frac{1}{8},$$

démontrer que :

$$x+y+z = \frac{\pi}{4}$$

Question 3 : Soit un terrain à bâtir en forme de quadrilatère ABCD. Le géomètre mandaté pour relever les dimensions de ce terrain a consigné sur son plan que les deux côtés de l'angle au sommet A sont de même longueur **x**. Les deux côtés de l'angle C, opposé à l'angle A, sont eux aussi de même longueur, valant le double de x.

On demande de calculer **la valeur numérique de sin(*C*)** si les angles B et D aux deux autres sommets du quadrilatère sont droits. Pour résoudre cette question, il est nécessaire de représenter graphiquement le terrain (l'utilisation d'un compas est recommandée).

Question 4 : Résoudre dans l'ensemble des réels l'équation :

$$4(\sin(x)+\cos(x)) - 8\sin(x)\cos(x) = 5$$

et représenter le solutions sur le cercle trigonométrique. Noter que bien que les solutions trouvées ne soient pas exprimables sous la forme d'angles remarquables, il est possible de les représenter de façon précise sur le cercle trigonométrique.

Pour résoudre cette équation, il est suggéré de poser $y = \sin(x)+\cos(x)$.