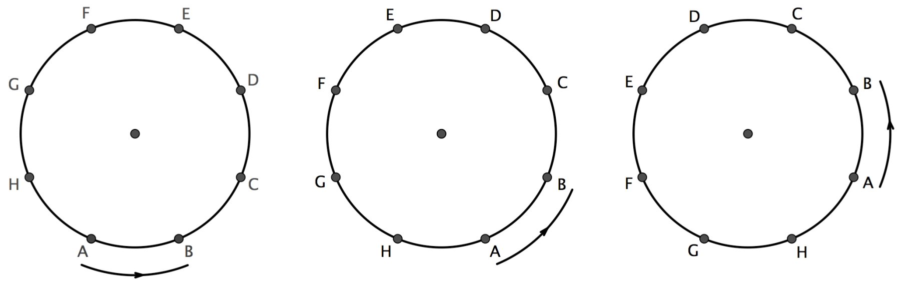
De combien de façons différentes 8 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde ?

La première place peut être occupée par une des 8 personnes, la deuxième place par une des 7 personnes restantes, etc.
Il y a donc $P_8 = 8 \times 7 \times 6 \times ... \times 2 \times 1 = 8\,! = 40\,320$ dispositions possibles.
Cette solution est valable, mais comme c'est une table ronde - et non un banc rectiligne - on peut adopter un autre point de vue : si l'on ne s'intéresse qu'à la position d'une personne par rapport à ses voisines, des dispositions telles que celles représentées ci-dessous sont équivalentes (chaque personne ayant toujours les mêmes voisines).



…

Selon ce point de vue, il n'y a plus que $\dfrac{40320}{8} = 5040$ dispositions possibles (en fait, c'est $7\,!$).

Combien de signaux différents, chaque signal étant constitué de 8 pavillons alignés verticalement, peut-on former à partir d'un ensemble de 4 pavillons rouges indiscernables, 3 pavillons blancs indiscernables et 1 pavillon bleu ?

Il s'agit de permuter 8 objets avec des répétitions (4 pavillons rouges, 3 blancs) :

$$P_8^{4,3,1} = \frac{8\,!}{4\,!\,3!} = 280 \text{ signaux possibles.}$$

Calculer le nombre de mots de quatre lettres différentes que l'on peut former à partir des lettres *a, b, c, d, e* et *f* .

La première lettre peut être choisie de 6 façons, la deuxième de 5 façons, etc.
L'ordre des lettres est important car si l'on permute deux lettres, ce n'est plus le même mot.
Il y a donc $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ « mots » possibles.
Il s'agit du nombre d'arrangements sans répétition de 4 objets parmi 6 : $A_6^4 = \dfrac{6\,!}{(6-4)\,!} = 360$ ·

Combien y a-t-il de nombres naturels formés de quatre chiffres non nuls ?

Parmi les chiffres de 1 à 9, il est permis de prendre plusieurs fois le même et l'ordre est important.
Il y a donc $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$ nombres possibles.
Il s'agit du nombre d'arrangements avec répétitions de 4 objets parmi 9 : $\overline{A_9^4} = 9^4$.

De combien de façons peut-on constituer une main de 5 cartes extraites d'un jeu de 52 cartes ?

La première carte peut être choisie de 52 façons, la deuxième de 51, etc.
L'ordre dans lequel un joueur reçoit les cartes n'ayant aucune importance, il y a

$$\frac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48}{5!} = 2\,598\,960 \text{ mains possibles.}$$

Il s'agit du nombre de combinaisons sans répétition de 5 objets parmi 52 : $C_{52}^5 = \dfrac{52\,!}{(52-5)\,!\,5\,!}$.