

$$11. \quad f(x) = \sin 2x + \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \cos 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2. \quad \cos \frac{\frac{\pi}{2} - 2x + 3x}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{2} - 2x - 3x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2. \quad \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{5x}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \text{ou} \quad \frac{\pi}{4} - \frac{5x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad \text{ou} \quad -\frac{5x}{2} = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = -\frac{\pi}{10} + k \cdot \frac{2\pi}{5}$$

k	$\frac{\pi}{2} + k2\pi$	$-\frac{\pi}{10} + k \cdot \frac{2\pi}{5}$
...
-3	-17.2788	-4.0841
-2	-10.9956	-2.8274 (A)
-1	-4.7124	-1.5708 (B)
0	1.5708 (E)	-0.3142 (C)
1	7.8540	0.9425 (D)
2	14.1372	2.1991 (F)
3	20.4204	3.4558
...

Les racines de f dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$ correspondent aux abscisses des points A, B, C, D, E et F (voir annexe).

$$12. \quad f(x) = \tan 2x + \tan x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(2x+x)}{\cos 2x \cdot \cos x} = 0 \quad \text{et} \quad 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad \text{et} \quad x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x = 0 \quad \text{et} \quad \text{c.e.}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} \quad \text{et} \quad \text{c.e.}$$

$$13. \quad a) \quad \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \quad \text{ou} \quad 3x + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{9} + k \cdot \frac{2\pi}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{\pi}{3} + k \cdot \frac{2\pi}{3}$$

(représentation des solutions en annexe).

$$b) \quad \cos x + 2 \cdot \sin x = -1$$

Posons $\tan \varphi = 2$
et prenons $\varphi \approx 1,11$.

Les calculs aboutissent à :

$$\cos(x - 1,11) = -1 \cdot \cos 1,11$$

$$\cos(x - 1,11) \approx -0,4472$$

(on peut aussi mémoriser la formule $\cos(x - \varphi) = \frac{x}{a} \cdot \cos \varphi$)

$$\text{d'où} \quad x - 1,11 \approx \pm 2,03 + k \cdot 2\pi$$

$$x \approx 3,14 + k \cdot 2\pi \quad \text{ou} \quad x \approx -0,93 + k \cdot 2\pi$$

(représentation des solutions en annexe).