

## EXEMPLES DE LIMITES

---

Voici trois exemples analogues aux exercices de l'évaluation formative. Pour d'autres exemples expliqués en détails, voyez votre cours sur les limites de fonctions, pages 19 à 26.

1. Calculez  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1-2x}{x-4}$  et  $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1-2x}{x-4}$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1-2x}{x-4} = \frac{-7}{0^-} = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1-2x}{x-4} = \frac{-7}{0^+} = -\infty .$$

La fonction possède une asymptote verticale :  $AV \equiv x = 4$  .

D'un point de vue graphique, nous avons la situation suivante :



2. Calculez  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-10x+21}$  .

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-10x+21} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(x-7)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-7} = -\frac{1}{4}$$

Pour lever l'indétermination 0/0, nous avons factorisé le dénominateur après avoir déterminé ses racines 3 et 7 (par exemple,  $\Delta = 100 - 4 \cdot 1 \cdot 21 = 16$ , etc).

D'un point de vue graphique, la fonction présente un « point rouge » de coordonnées (3, -1/4) .

3. Calculez  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-5x+7x^2}{-14x^2+3x+2}$  .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-5x+7x^2}{-14x^2+3x+2} = \frac{+\infty}{-\infty} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2}{-14x^2} = -\frac{7}{14} = -\frac{1}{2}$$

En effet, pour calculer la limite d'une fonction rationnelle **lorsque  $x$  tend vers  $\pm\infty$  (et seulement dans ce cas)**, nous pouvons ne garder que les termes de plus haut degré au numérateur et au dénominateur.

Graphiquement, la fonction possède une asymptote horizontale :  $AH \equiv y = -\frac{1}{2}$  .



$f(100) \approx -0,4975 > -\frac{1}{2} \rightarrow$  le graphe est au-dessus de l'asymptote pour  $x$  tendant vers  $+\infty$

$f(-100) \approx -0,5025 > -\frac{1}{2} \rightarrow$  le graphe est au-dessous de l'asymptote pour  $x$  tendant vers  $-\infty$