5^e A-B-C MATHEMATIQUE (6h) Mars 2017

Géométrie analytique de l'espace : Corrigé de l'évaluation formative

① a) $ABC \equiv \overrightarrow{AP} = \lambda.\overrightarrow{AB} + \mu.\overrightarrow{AC}$

$$ABC \equiv \begin{cases} x = 2\lambda + \mu & (1) \\ y = \lambda - \mu - 1 & (2) \\ z = -2\lambda + 3\mu + 5 & (3) \end{cases}$$

$(1) + (3)$: $x + z = 4\mu + 5$ (4)

$(1) - 2\times(2)$: $x - 2y = 3\mu + 2$ (5)

$3\times(4) - 4\times(5)$: $-x + 3z + 8y = 7$

$ABC \equiv x - 8y - 3z + 7 = 0$

b)
$$\left|\begin{array}{ccc} x & 2 & 1 \\ y+1 & 1 & -1 \\ z-5 & -2 & 3 \end{array}\right| \begin{array}{cc} x & 2 \\ y+1 & 1 \\ z-5 & -2 \end{array} = 3x - 2(z-5) - 2(y+1) - (z-5) - 2x - 6(y+1) = 0$$

$3x - 2z + 10 - 2y - 2 - z + 5 - 2x - 6y - 6 = 0$

$ABC \equiv x - 8y - 3z + 7 = 0$

c) $AB \equiv \overrightarrow{AP} = k.\overrightarrow{AB}$

$$AB \equiv \begin{cases} x = 2k & (1) \\ y = k - 1 & (2) \\ z = -2k + 5 & (3) \end{cases}$$

$(1) + (3)$: $x + z = 5$

$(1) - 2\times(2)$: $x - 2y = 2$

$\longrightarrow AB \equiv \begin{cases} x + z = 5 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

Sous forme "symétrique" : $AB \equiv \dfrac{x}{2} = y + 1 = \dfrac{z-5}{-2}$

② a) $\vec{v}_d \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix}$ et $A(5,-1,0) \in d$.

b) $\begin{cases} 8 = k + 5 \\ 17 = 6k - 1 \\ -27 = -9k \end{cases}$ $k = 3$ pour chacune des équations, donc $P \in d$.